## FLUX DE CHALEUR AU BORD D'ATTAQUE D'UNE AILE A FORTE FLECHE EN HYPERSONIQUE

R. MICHEL Chef de Division de Recherches

> Duong-Vinh-Hung Ingenieur de Recherches

Office National d'Etudes et de Recherches Aérospatiales, France

### EXTRAIT

Le travail présenté est consacré à l'étude expérimentale et théorique du transfert de chaleur au bord d'attaque d'ailes à forte flèche, aux nombres de Mach 7 et 10.

Un traitement approché, basé sur l'intégration de l'équation globale de l'énergie de la couche limite tridimensionnelle est appliqué au calcul des flux de chaleur le long d'un bord d'attaque dont la flèche varie de 50 à 80°. Les résultats sont comparés à ceux d'une étude expérimentale ayant comporté également la mesure des pressions.

Aux fortes flèches le calcul et l'expérience sont en bon accord sur toute la longueur étudiée, à condition d'utiliser dans le calcul la pression statique mesurée et la pression d'arrêt en aval d'un choc droit.

Aux flèches modérées et à Mach 10, l'onde de choc détachée devant la partie cylindrique se rapprochant du bord d'attaque, un effet de gradient d'entropie dû à la courbure de l'onde de choc est mis en évidence par l'expérience.

### SYMBOLES

	1		1 .	1.	1
x ou s	coord	lonnee	longi	tudina	le

- y coordonnée normale à la paroi
- *r* distance de la paroi à l'axe de révolution
- *R* rayon du bord d'attaque

1016	FOURTH CONGRESS — AERONAUTIC	CAL SCIENCES			
e	largeur du pinceau de courant				
p	pression statique				
$p'_i$	pression d'arrêt en aval d'un choc droit				
$p_{i_1}$	pression d'arrêt en aval d'un choc oblique				
ρ	masse volumique				
T'	température				
h	enthalpie				
$T_i$	température d'arrêt				
$h_i$	enthalpie d'arrêt				
$h_f$	enthalpie de paroi athermane				
u	vitesse dans la couche limite				
$u_e$	vitesse extérieure				
M	nombre de Mach				
δ	épaisseur de la couche limite				
$\delta_2$	épaisseur de quantité de mouvement	$\delta_2 = \int_0^{\delta} \frac{\rho u}{\rho_e u_e} \left(1 - \frac{u}{u_e}\right) dy$			
Δ	épaisseur d'energie	$\Delta = \int_0^{\delta} \frac{\rho u}{\rho_e u_e} \left( \frac{h_i}{h_{ie}} - 1 \right) dy$			
au	frottement à la paroi				
q	flux de chaleur à la paroi				
$C_f$	coefficient de frottement local	$C_f = \frac{\tau}{\frac{1}{2}\rho_e u_e^2}$			
$C_h$	coefficient de flux de chaleur	$C_h = \frac{q}{\rho_e u_e (h_p - h_f)}$			
$\boldsymbol{S}$	facteur d'analogie	$S = \frac{C_h}{C_f/2}$			
Λ	angle de flèche du bord d'attaque				
μ	viscosité				
λ	conductibilité thermique				
$C_p$	chaleur spécifique				
ዎ	nombre de Prandtl	$\mathcal{P} = \frac{\mu C_p}{\lambda}$			

## INDICES

$\infty$	écoulement amont non perturbé
e	extérieur à la couche limite
i	conditions d'arrêt
p	conditions à la paroi
İ	fluide incompressible

### INTRODUCTION

Après la région du nez, l'un des domaines où se pose de la façon la plus critique le problème de l'échauffement aérodynamique du planeur hypersonique, est celui du bord d'attaque de l'aile qui le constitue.

La couche limite étant supposée laminaire, les résultats dont on dispose actuellement pour estimer le flux de chaleur au bord d'attaque d'une aile à forte flèche proviennent essentiellement de solutions semblables ou localement semblables, établies pour le cylindre infini en flèche; des formules simples ont ainsi été proposées pour le flux de chaleur sur la ligne d'arrêt du bord d'attaque du cylindre infini.

L'application de ces formules est pourtant soumise à de sérieuses limitations. On verra qu'il n'y est pas tenu compte d'un effet d'origine, souvent important; elles ne s'appliquent qu'à un écoulement uniforme et n'apportent aucun renseignement sur l'évolution du flux de chaleur dans les régions comme le raccordement du nez au bord d'attaque de l'aile, où la pression et le nombre de Mach peuvent subir des variations appréciables.

Nous nous sommes proposés pour aborder ces problèmes de faire appel à une technique différente, plus spécialement mise en jeu jusqu'ici pour la couche limite turbulente et qui consiste à résoudre les équations globales de la couche limite. La partie théorique de ce travail sera donc consacrée au développement d'un traitement approché permettant de calculer le flux de chaleur à partir de l'intégration de l'équation globale de l'énergie.

Appliqué d'abord aux avant-corps de révolution où la comparaison avec les résultats basés sur la similitude locale permet de juger la validité des hypothèses introduites, ce traitement sera étendu aisément au cas tridimensionnel moyennant l'utilisation du principe de prévalence de l'écoulement longitudinal dans la couche limite. Il permettra d'obtenir des formules simples pour le flux de chaleur au bord d'attaque du cylindre en flèche et de tenir compte d'un effet d'origine en prenant pour la pression d'arrêt la valeur relative à l'aval d'un choc droit.

Jointe enfin à une étude expérimentale ayant comporté aux nombres de Mach 7 et 10 la mesure des pressions et des flux de chaleur au bord d'attaque de deux ailes delta, la méthode intégrale permettra d'obtenir d'utiles renseignements sur l'évolution du flux de chaleur le long d'un bord d'attaque à des angles de flèches variant de 50 à 80°.

### FLUX DE CHALEUR DES AVANT-CORPS DE REVOLUTION

### TRAITEMENT DE L'ÉQUATION GLOBALE DE L'ÉNERGIE

Les deux équations utilisées dans les traitements globaux de la couche limite, obtenues en intégrant suivant l'épaisseur de la couche limite les équations locales de quantité de mouvement et d'énergie, s'écrivent en courant de révolution.

$$\frac{C_f}{2} = \frac{d\delta_2}{dx} + \delta_2 \left[ \frac{H+2}{u_e} \frac{du_e}{dx} + \frac{1}{\rho_e} \frac{d\rho_e}{dx} + \frac{1}{r} \frac{dr}{dx} \right]$$
(1)

$$\frac{q}{\rho_e u_e h_{ie}} = \frac{d\Delta}{dx} + \Delta \left[ \frac{1}{u_e} \frac{du_e}{dx} + \frac{1}{\rho_e} \frac{d\rho_e}{dx} + \frac{1}{r} \frac{dr}{dx} \right]$$
(2)

La première, dite équation de von Kármán relie le coefficient de frottement de paroi à l'épaisseur de quantité de mouvement  $\delta_2$  et au paramètre de forme  $H = \delta_1/\delta_2$ .

La deuxième, dite équation globale de l'énergie relie le flux de chaleur à l'épaisseur d'énergie  $\Delta$ .

La méthode approchée utilisée ici pour le calcul du flux de chaleur, est l'extension à l'équation globale de l'énergie d'une technique de résolution appliquée à l'équation de von Kármán [1] pour déterminer les caractéristiques dynamiques de la couche limite. L'équation de von Kármán étant considérée comme une équation différentielle pour  $\delta_2$ , l'hypothèse fondamentale de la Ref. 1 est d'admettre que dans le cas de gradients de pression modérés, le coefficient de frottement s'exprime en fonction du nombre de Reynolds de l'épaisseur de quantité de mouvement par la relation de plaque plane; le concept d'enthalpie de référence est utilisé pour établir cette relation qui s'écrit:

$$\frac{C_f}{2} = \frac{0.2205g}{\rho_e u_e \delta_2/\mu_e} \qquad \text{avec} \qquad g = \frac{\rho^* \mu^*}{\rho_e \mu_e} \tag{3}$$

où g est le  $C_I/C_{fI}$  de le plaque plane laminaire à  $R_{\delta_2}$  constant; on l'obtient à partir de la masse volumique et de la viscosité  $\rho^*$  et  $\mu^*$  qui correspondent à l'enthalpie de référence  $h^*$  pour laquelle est retenue la relation de Monaghan:

$$h^* - h_e = 0.54(h_p - h_e) + 0.16(h_f - h_e)$$
(4)

 $h_f$  est l'enthalpie de paroi athermane déterminée pour un facteur de récupération de 0.85.

De la même façon on considère maintenant l'équation globale de l'énergie comme une équation différentielle pour l'épaisseur d'énergie, équation qu'on va chercher à intégrer après avoir effectué une hypothèse sur la relation qui peut exister entre le coefficient de flux de chaleur et le nombre de Reynolds  $\Re_{\Delta}$ . Cependant, la méthode devant s'appliquer dans des régions à forts gradients de pression négatifs, par exemple au voisinage

d'un point d'arrêt, il peut n'être plus suffisant de retenir l'approximation d'une loi de plaque plane; d'une façon plus générale qu'en Eq. (3) on posera:

$$\frac{q}{\rho_e u_e h_{ie}} = \frac{B}{\rho_e u_e \Delta/\mu_e} \tag{5}$$

B étant à priori une fonction de l'abscisse, à déterminer.

### EXPRESSION DU FLUX DE CHALEUR À LA PAROI

Flux de long du corps et flux au point d'arrêt. La relation (5) transforme l'équation globale de l'énergie en une équation différentielle linéaire pour  $\Delta^2$ ; son intégration effectuée à partir de l'origine des abscisses c'est-à-dire du point d'arrêt donne immédiatement l'épaisseur d'énergie:

$$\Delta^{2} = \frac{1}{(\rho_{e}u_{e}r)^{2}} \int_{0}^{x} 2B\rho_{e}\mu_{e}u_{e}r^{2} dx$$
(6)

La relation (5) est alors utilisée pour obtenir le flux de chaleur:

$$\frac{q}{h_{ie}} = \frac{B\rho_{e}\mu_{e}u_{e}r}{\left[2\int_{0}^{x}B\rho_{e}\mu_{e}u_{e}r^{2} dx\right]^{\frac{1}{2}}}$$
(7)

formule valable tout le long du corps.

Le flux ce chaleur au point d'arrêt se déduit facilement de la formule (7) et observant qu'à proximité immédiate de ce point:

$$\rho_e = C^{te} = \rho_i; \quad \mu_e = C^{te} = \mu_i; \quad u_e = x \left(\frac{du_e}{dx}\right)_i; \quad r = x$$

Le flux de chaleur au point d'arrêt est ainsi:

$$\frac{q_i}{h_{ie}} = \left[ 2B_i \rho_i \mu_i \left( \frac{du_e}{dx} \right)_i \right]^{\frac{1}{2}}$$
(8)

Le rapport du flux de chaleur le long du corps au flux du point d'arrêt s'écrit:

$$\frac{q}{q_i} = \frac{\frac{B}{B_i} \frac{\rho_e \mu_e}{\rho_i \mu_i} u_e r}{2 \left[ \frac{du_e}{dx^{(i)}} \int_0^x \frac{B}{B_i} \frac{\rho_e \mu_e}{\rho_i \mu_i} u_e r^2 dx \right]^{\frac{1}{2}}}$$
(9)

Hypothèses Possibles sur la Relation Entre q et  $\Re_{\Delta}$ . Le coefficient B de la relation (5) entre le flux de chaleur et le nombre de Reynolds de l'épaisseur d'énergie dépend en principe de la forme du profil des températures de la couche limite, mais les résultats fournis par les solutions du type "semblable" montrent que B n'est influencé que modérément par les gradients de pression négatifs; il n'apparaît d'ailleurs dans Eq. (9) que par son rapport à sa valeur au point d'arrêt; il semble donc qu'une approximation raisonnable puisse encore être recherchée en négligeant l'influence des gradients de pression sur la relation entre q et  $\Re_{\Delta}$ . Deux possibilités assez immédiates s'offrent alors pour le choix de B: l'une est d'utiliser la relation de plaque plane; l'autre peut se déduire de solutions connues relatives au point d'arrêt, par exemple de la formule de Fay et Riddell [2].

Utilisation d'une Relation de Plaque Plane. Pour la plaque plane laminaire à température de paroi constante, l'analogie de Reynolds montre qu'il existe un rapport constant entre coefficient de flux de chaleur et coefficient de frottement:

$$\frac{C_h}{C_{f/2}} = S \simeq P^{-\frac{3}{3}}$$

Les équations globales de quantité de mouvement et d'énergie de la plaque plane, intégrées depuis l'origine des abscisses montrent alors que l'épaisseur d'énergie et l'épaisseur de quantité de mouvement sont proportionnelles:

$$\frac{\Delta}{\delta_2} = S \, \frac{h_p - h_f}{h_{ie}}$$

Ces deux égalités, jointes à l'expression (3) du  $C_f$  en fonction de  $\mathfrak{R}_{\delta_2}$  donnent pour le coefficient B de la relation (5):

$$B = 0.2205g \left( S \, \frac{h_p - h_f}{h_{ie}} \right)^2 \tag{10}$$

La solution correspondante s'obtient en introduisant dans la formule (9) la fonction B calculée en prenant alors les valeurs locales de g et de  $h_f$ .

La formule donnant le rapport du flux à celui du point d'arrêt devient dans cette hypothèse:

$$\frac{q}{q_i} = \frac{\frac{g}{g_i} \left(\frac{h_f - h_p}{h_{ie} - h_p}\right)^2 \rho_{e\mu} u_e r}{2\left[\left(\frac{du_e}{dx}\right)_i \rho_{i\mu} \int_0^x \frac{g}{g_i} \left(\frac{h_f - h_p}{h_{ie} - h_p}\right)^2 \rho_{e\mu} u_e r^2 dx\right]^{\frac{1}{2}}}$$
(11)

Utilisation d'une Relation de Point d'Arrêt. D'après Fay et Riddell, le flux de chaleur au point d'arrêt d'un corps de révolution est donné dans le cas d'un gaz non dissocié par la formule:

$$\frac{q_i}{h_p - h_{ie}} = 0.763 \, \mathcal{O}^{-0.6} \left( \frac{\rho_p \mu_p}{\rho_i \mu_i} \right)^{0.1} \left( \rho_i \mu_i \frac{du_e}{dx} \right)^{\frac{1}{2}}$$

Le coefficient  $B_i$  correspondant s'obtient en égalant le flux donné par cette formule à celui donné par la relation (8) de la méthode intégrale, soit:

$$B_{i} = \frac{(0.763)^{2}}{2} \mathcal{O}^{-1.2} \left( \frac{\rho_{p}\mu_{p}}{\rho_{i}\mu_{i}} \right)^{0.2} \left( \frac{h_{ie} - h_{p}}{h_{ie}} \right)^{2}$$

valable au point d'arrêt.

Le long du corps, la solution consiste à introduire dans la formule générale (9) le coefficient B obtenu en utilisant dans la formule précédente les valeurs locales:

$$B = \frac{(0.763)^2}{2} \, \mathcal{O}^{-1.2} \left( \frac{\rho_p \mu_p}{\rho_e \mu_e} \right)^{0.2} \left( \frac{h_f - h_p}{h_{ie}} \right)^2$$

On aboutit ainsi pour le rapport du flux à celui du point d'arrêt à l'expression:

$$\frac{q}{q_i} = \frac{\left(\frac{l}{l_i}\right)^{0.2} \left(\frac{h_f - h_p}{h_{ie} - h_p}\right)^2 \rho_{e\mu_e} u_e r}{2\left[\left(\frac{du_e}{dx}\right)_i \rho_{i\mu_i} \int_0^x \left(\frac{l}{l_i}\right)^{0.2} \left(\frac{h_f - h_p}{h_{ie} - h_p}\right)^2 \rho_{e\mu_e} u_e r^2 dx\right]^{\frac{1}{2}}}$$
(12)

dans laquelle on a posé

$$l = \frac{\rho_p \mu_p}{\rho_e \mu_e}$$

### APPLICATION AU CALCUL DU FLUX SUR UN AVANT-CORPS SPHÉRIQUE

Pour juger de la validité de la méthode intégrale et de l'influence de l'hypothèse sur laquelle elle s'appuie, les formules (11) et (12) ont été appliquées au calcul de la distribution du flux de chaleur sur un avantcorps sphérique; les résultats sont représentés en Fig. 1.

Dans un premier exemple, les conditions du calcul sont celles qui correspondent à un cas pour lequel avait été appliquée [3] une solution basée sur l'hypothèse de similitude locale; ces conditions sont celles d'une paroi très froide  $(T_p/T_i = 0.043)$  et d'un nombre de Mach modérément supersonique.



Figure 1. Flux de chaleur sur an avant corps sphérique.

La Fig. 1 montre que les flux de chaleur calculés par les formules (11) et (12) sont très voisins et que la méthode intégrale est sensiblement en accord avec la formule de Kemp-Rose et Detra ainsi qu'avec les résultats expérimentaux rapportés par ces auteurs.

Un second exemple est relatif à un nombre de Mach élevé ( $M_{\infty} = 9.85$ ) et à un rapport  $T_p/T_i$  de 0.27, conditions dans lesquelles une étude expérimentale des flux de chaleur avait été effectuée à la soufflerie R3 de l'O.N.E.R.A. à Chalais-Meudon. Là encore la différence entre les résultats des formules (11) et (12) est faible; le calcul est en bon accord avec l'expérience.

La conclusion importante que nous retiendrons est donc que le rapport  $q/q_i$  est très peu sensible à l'hypothèse effectuée sur le coefficient B qui intervient dans la relation entre le coefficient de flux de chaleur et le nombre de Reynolds de l'épaisseur d'énergie; le rapport  $q/q_i$  déterminé il est pourtant évident qu'on utilisera pour le flux du point d'arrêt une formule aussi exacte que possible; celle de Fay et Riddell sera retenue pour la suite.

## EXTENSION DE LA METHODE INTEGRALE AU CAS TRIDIMENSIONNEL

### UTILISATION DU PRINCIPE DE PRÉVALENCE

On se propose d'étendre la méthode intégrale au cas d'une couche limite tridimensionnelle, le but pratique étant de prédire le flux de chaleur à la paroi d'ailes à fortes flèches, et plus spécialement ici le long de leur bord d'attaque.

Une grande simplification est apportée au problème lorsque dans la couche limite la composante de la vitesse transversalement à la ligne de courant extérieure peut être supposée faible devant sa composante longitudinale. Ce principe de prévalence de l'écoulement longitudinal, introduit par Eichelbrenner et Oudart (4), étendu au cas compressible par Cooke [5] semble particulièrement applicable aux ailes à forte flèche; il permet d'abord de traiter séparément les équations de l'écoulement transversal et celles de l'écoulement longitudinal; il donne de plus à ces dernières une forme identique aux équations du courant de révolution.

Prenant comme axe longitudinal la projection sur la surface de la ligne de courant extérieure, on trouve ainsi que l'équation globale de l'énergie s'écrit exactement comme pour un corps de révolution, à condition d'y remplacer la distance r de la paroi à l'axe, par la largeur e du pinceau de courant, c'est-à-dire la distance orthogonale entre les projections sur la paroi de deux lignes de courant extérieures; on a donc:

$$\frac{q}{\rho_e u_e h_{ie}} = \frac{d\Delta}{ds} + \Delta \left[ \frac{1}{u_e} \frac{du_e}{ds} + \frac{1}{\rho_e} \frac{d\rho_e}{ds} + \frac{1}{e} \frac{de}{ds} \right]$$
(13)

Lorsque l'écoulement extérieur de fluide parfait est connu, la largeur e du pinceau est comme le rayon r du cas de révolution, une donnée du problème. Le traitement est alors identique à celui établi pour le corps de révolution; si les gradients de pression sont modérés on pourra encore y retenir pour exprimer le coefficient de flux de chaleur en fonction du nombre de Reynolds de l'épaisseur d'énergie la loi de plaque plane:

$$\frac{q}{\rho_e u_e h_{ie}} = \frac{B\mu_e}{\rho_e u_e \Delta} \qquad \text{avec} \qquad \begin{cases} B = 0.2205g \left(S \frac{h_p - h_f}{h_{ie}}\right)^2 \\ g = \frac{\rho^* \mu^*}{\rho_e \mu_e} \end{cases}$$
(5)

### APPLICATION AU CYLINDRE EN FLECHE

Il est intéressant afin d'estimer le flux de chaleur qui peut être enregistré le long du bord d'attaque des ailes, d'examiner l'écoulement qui se développe suivant la ligne d'arrêt d'un cylindre en flèche. Le cas traité jusqu'ici est celui du cylindre infini, pour lequel les équations de la couche limite admettent des solutions semblables établies notamment par Reshotko et Beckwith [6] et par Beckwith et Cohen [7]; elles ont conduit pour le flux de chaleur à des formules auxquelles il va être possible de comparer la méthode intégrale.

Ecoulement au Bord d'Attaque du Cylindre Infini. Un schéma relatif aux notations et à l'écoulement le long de la ligne d'arrêt du cylindre infini en flèche étant donné Fig. 2, les principales caractéristiques de cet écoulement sont les suivantes:

- 1. La vitesse  $u_e$  (extérieure à la couche limite) est constante et égale à la composante  $u_{\infty}$  parallèle au bord d'attaque de la vitesse amont.
- 2. La pression d'arrêt  $p_{i_1}$  est relative à l'aval d'une onde de choc oblique parallèle au cylindre.
- 3. La pression  $p_e$  correspond à l'annulation de la composante de vitesse normale au bord d'attaque; pour un gaz calorifiquement parfait, son rapport à la pression de l'écoulement amont est une fonction du nombre de Mach normal  $M_{n\infty} = M_{\infty} \cos \Lambda$ :

$$\frac{p_{e}}{p_{\infty}} = \left(\frac{\gamma+1}{2}\right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}} \frac{M_{N_{\infty}^{2\gamma/\gamma-1}}}{\left[\gamma M_{N_{\infty}} - \frac{\gamma-1}{2}\right]^{1/\gamma-1}}$$
(14)





 $\frac{1}{e}\frac{de}{ds} = \frac{1}{u_e}\frac{\partial v}{\partial n}$ 

Figure 2. Cylindre infini en flèche.

4. Un facteur intervenant d'une façon primordiale sur le flux de chaleur est le gradient normal de la vitesse normale au bord d'attaque, (∂v/∂n), on trouve que l'expression (R/v<sub>∞</sub>) (∂v/∂n) est fonction seulement du nombre de Mach normal. Pour un nombre de Mach normal subsonique on retient [6]:

$$\frac{R}{v_{\infty}}\frac{\partial v}{\partial n} = 2[1 - 0.416M_{N_{\infty}}^2 - 0.164M_{N_{\infty}}^4]$$

Pour un nombre de Mach normal supersonique, une distribution de pression newtonienne suivant n conduit à la formule:

$$\frac{R}{v_{\infty}}\frac{\partial v}{\partial n} = \frac{\left(1 + \frac{\gamma - 1}{2}M_{N_{\infty}}^2\right)^{\frac{1}{2}}}{M_{N_{\infty}}}\sqrt{\frac{2}{\gamma}\left(1 - \frac{p_{\infty}}{p_e}\right)}$$
(15)

R est dans ces formules le rayon du bord d'attaque.

5. Des considérations géométriques étlémentaires (Fig. 2) permettent enfin d'exprimer le terme traduisant dans l'équation globale de l'energie la divergence des lignes de courant au voisinage du bord d'attaque; il se relie au gradient normal de la vitesse normale par:

$$\frac{1}{e}\frac{de}{ds} = \frac{1}{u_e}\frac{\partial v}{\partial n} = \frac{1}{u_\infty}\frac{\partial v}{\partial n} = K$$
(16)

Il est constant tout le long de la ligne d'arrêt.

Application de la Méthode Intégrale. L'équation globale de l'énergie pour la couche limite qui se développe sur la ligne d'arrêt s'écrit alors:

$$\frac{q}{\rho_e u_e h_{ie}} = \frac{B\mu_e}{\rho_e u_e \Delta} = \frac{d\Delta}{ds} + K\Delta$$

 $\rho_e, \mu_e, u_e, B$  étant constants, la solution correspond à une épaisseur d'énergie constante,

$$\Delta^2 = \frac{B\mu_e}{\rho_e u_e K} \tag{17}$$

Le flux de chaleur est également constant; retenant pour B la relation (10) de la plaque plane il s'écrit:

$$\overline{q} = \frac{q}{h_p - h_f} = 0.47 \, \varphi^{-\frac{2}{3}} \left( g \rho_e \mu_e \frac{\partial v}{\partial n} \right)^{2} \tag{18a}$$

Expression comparable à celle du point d'arrêt de révolution mais avec un terme de gradient de vitesse à l'origine portant maintenant sur la composante normale et variant en conséquence avec l'angle de flèche. Ainsi, g étant la fonction  $C_f/C_{f_I}$  donnée par le concept d'enthalpie de référence, on trouve encore,

$$\overline{q} = 0.47 \, \mathcal{O}^{-\frac{2}{3}} \left( \rho^* \mu^* \frac{\partial v}{\partial n} \right)^{\frac{1}{2}} \tag{18b}$$

 $\rho^*$  et  $\mu^*$  correspondant à l'enthalpie de référence  $h^*$  donnée par la relation (4) dans laquelle on utilise les valeurs de  $h_f$  et de  $h_e$  relatives au nombre de Mach  $M_e$  de l'écoulement le long de la ligne d'arrêt.

L'hypothèse d'une relation de plaque plane pour le coefficient B rend évidemment critiquable l'utilisation directe des formules (18*a*) ou (18*b*); comme dans l'étude du corps de révolution, il est préférable pour amoindrir l'influence de cette hypothèse de rapporter le flux de chaleur à un flux de référence, pour lequel on prendra comme dans les autres méthodes le flux de chaleur du cylindre normal c'est-à-dire le flux de chaleur au point d'arrêt du courant plan. On obtient ainsi par application de (18*b*) au cylindre normal et en tenant compte de l'équation d'état d'un gaz supposé parfait:

$$\frac{\overline{q}}{\overline{q}_{(\Lambda=0)}} = \left[ \frac{\mu^*/T^*}{(\mu^*/T^*)_i} \frac{p_e}{p_i} \cos \Lambda \frac{\frac{R}{v_{\infty}} \frac{\partial v}{\partial n}}{\frac{R}{v_{\infty}} \frac{\partial v}{\partial n}_{(\Lambda=0)}} \right]^{\frac{1}{2}}$$
(19)

la température de référence  $T^*$  étant déterminée pour un nombre de Mach nul dans le cas du cylindre normal.

La méthode intégrale donne par les formules (18) et (19) des expressions du flux de chaleur tout à fait comparables à celles des solutions semblables et permet d'en retrouver les résultats essentiels.

Elle conduit ainsi dans le cas d'un fluide incompressible (avec  $T_p = T_i$ ) à la formule:

$$\frac{\overline{q}}{\overline{q}_{(\Lambda=0)}} = \left(\cos\Lambda\right)^{\frac{1}{2}}$$

Appliquée Fig. 3 dans le cas d'une paroi athermane pour différentes valeurs du nombre de Mach  $M_{\infty}$ , elle montre que l'augmentation de la flèche s'accompagne dans tous les cas d'une diminution rapide du flux de chaleur.

Elle est enfin comparée Fig. 4 aux formules de Reshotko et Beckwith et de Beckwith et Cohen dans le cas de fortes flèches et pour des conditions qui sont celles de l'étude expérimentale du flux au bord d'attaque d'une aile au nombre de Mach 7 décrite plus loin. Les points expérimentaux correspondent au flux de chaleur mesuré à distance du nez dans une région où pression et flux de chaleur sont devenus uniformes. La méthode intégrale

conduit à des résultats quelqus peu différents de ceux des Refs. 6 et 7. Le résultat important est cependant que l'expérience donne des flux de chaleur nettement supérieurs à ceux que prévoient les théories relatives au cylindre infini.

Effet d'Origine. Les résultats précédents s'appliquent seulement au cylindre infini c'est-à-dire à un écoulement dont la pression d'arrêt est relative à l'aval d'un choc oblique parallèle au bord d'attaque. Leur validité peut être mise en doute en ce qui concerne le bord d'attaque de l'aile constituant le planeur hypersonique, l'écoulement étant alors issu d'un point d'arrêt où la pression est relative à l'aval d'un choc droit.

L'intérêt de la méthode intégrale est de permettre encore d'obtenir une formule simple pour le flux de chaleur sur le bord d'attaque d'un cylindre précèdé d'un nez émoussé assurant un arrêt de l'écoulement.

La pression sur la ligne d'arrêt de ce cylindre doit tendre à distance suffisante de l'origine vers une valeur sensiblement égale à celle qu'elle prendrait sur un cylindre infini [on démontre aisément qu'une loi newtonienne appliquée pour une déviation  $\Lambda$  est équivalente à la formule (14) aux grands nombre de Mach]. La pression d'arrêt est la pression  $p_i$ ' relative à l'aval du choc droit puisque la ligne d'arrêt provient du point d'arrêt sur le nez émoussé. L'écoulement à distance de l'origine est encore uniforme, mais la vitesse  $u_e$  est plus faible que pour le cylindre infini ( $u_e < u_{\infty}$ ). Le gradient de la composante de vitesse normale au bord d'attaque étant toujours supposé correspondre à une distribution de pression newtonienne,



Figure 3. Flux de chaleur du cylindre infini en flèche  $(T_p = T_f)$ .

ne peut toute fois plus être exprimé en fonction de  $v_\infty$  et de l'angle de flèche; on doit utiliser la formule générale

$$\frac{\partial v}{\partial n} = \frac{1}{R} \sqrt{2 \frac{p_e - p_{\infty}}{\rho_e}} \tag{20}$$

Le terme de tridimensionnalité dans l'équation de l'énergie est alors donné par:

$$\frac{1}{e}\frac{de}{ds} = \frac{1}{u_e}\frac{\partial v}{\partial n} = \frac{1}{RM_e}\sqrt{\frac{2}{\gamma}\left(1 - \frac{p_{\infty}}{p_e}\right)} = K$$
(21)

 $M_e$  étant le nombre de Mach correspondant à une pression statique  $p_e$  et une pression d'arrêt  $p_i'$ .

Ces réserves faites, l'équation globale de l'énergie prend exactement la même forme que dans le cas du cylindre infini. Son intégration conduit toujours aux formules (18*a*) et (18*b*) dans lesquelles  $h_f$ , g,  $\rho_e$ ,  $\mu_e$ ,  $\rho^*$ ,  $\mu^*$  seront pris pour la nouvelle valeur du nombre de Mach  $M_e$ .

L'application de cette méthode de calcul du flux de chaleur d'un cylindre en flèche avec effet d'origine est également représentée Fig. 4; elle conduit à un accord satisfaisant avec les résultats expérimentaux obtenus au nombre de Mach 7.



Figure 4. Flux de chaleur du cylindre aux fortes fléches ( $M_{\infty} = 7$ ;  $T_p = 300^{\circ K}$ ;  $T_{i\epsilon} = 600^{\circ K}$ ).

## ETUDE DU FLUX DE CHALEUR AU BORD D'ATTAQUE D'AILES HYPERSONIQUES

Nous présentons maintenant les résultats d'une étude menée simultanément sur un plan théorique et sur un plan expérimental, et qui concernent deux ailes étudiées aux nombres de Mach 7 et 10. Chacune de ces deux ailes représentant un planeur hypersonique schématique est constituée d'un nez sphérique prolongé par un bord d'attaque cylindrique de même rayon. Le calcul et l'expérience ont comporté la détermination du flux de chaleur le long de la ligne d'arrêt du bord d'attaque, l'aile étant placée à l'incidence nulle sous différents angles de dérapage auxquels correspondait une flèche de bord d'attaque pouvant varier de 50 à 80°.

# CALCUL DU FLUX DE CHALEUR PAR LA MÉTHODE INTÉGRALE

On se propose donc d'appliquer la méthode intégrale à un écoulement pour lequel il convient à priori de distinguer deux domaines:

- 1. Une première région, relative à la partie sphérique formant le nez a pour origine le point d'arrêt et s'étend jusqu'à la jonction de la sphère et du cylindre. Le flux de chaleur y est celui d'un avant corps de révolution déjà mentionné.
- 2. Un deuxième domaine, relatif au bord d'attaque cylindrique a pour origine le reccordement sphère-cylindre. Il s'agit d'un problème tridimensionnel pour lequel la pression tend à distance vers une valeur sensiblement constante égale à celle du cylindre infini, mais subit auparavant des variations qui seront demandées à l'expérience. De la pression mesurée à la paroi et de la pression d'arrêt  $p_i'$  en aval d'un choc droit est déduit le nombre de Mach local variable évidemment lui aussi.

Pour ces deux domaines on peut écrire l'équation globale de l'énergie sous la forme générale

$$\frac{q}{\rho_e u_e h_{ie}} = \frac{B\mu_e}{\rho_e u_e \Delta} = \frac{d\Delta}{ds} + \Delta \left(\frac{1}{u_e}\frac{du_e}{ds} + \frac{1}{\rho_e}\frac{d\rho_e}{ds} + \frac{1}{e}\frac{de}{ds}\right)$$

dans laquelle apparaît à une constante multiplicative près la largeur e du pinceau de courant.

 Sur la partie sphérique e doit être pris égal à la distance r de la paroi à l'axe qui porte le point d'arrêt et le centre de la sphère. 2. Sur la partie cylindrique *e* doit être déterminé à partir du gradient normal de la vitesse normale.

Compte tenu des enseignements acquis au-dessus, on retiendra enfin pour B la relation de la plaque plane.

$$B = 0.2205g \left( S \frac{h_p - h_f}{h_{ie}} \right)^2$$

où g et  $h_f$  correspondent en chaque point aux caractéristiques locales.

L'intégration depuis le point d'arrêt donne d'abord l'épaisseur d'énergie

$$\Delta^2 = \frac{1}{(\rho_e u_e e)^2} \int_0^s 2B\rho_e \mu_e u_e e^2 ds$$

Le flux de chaleur s'en déduit par la relation (5) qui l'exprime en fonction du nombre de Reynolds de l'épaisseur d'énergie. Son rapport au flux du point d'arrêt est donné par la relation:

$$\frac{q}{q_i} = \frac{\frac{B}{B_i} \frac{\rho_e \mu_e}{\rho_i \mu_i} u_e e}{2\left[\left(\frac{du_e}{ds}\right)_i \int_0^s \frac{B}{B_i} \frac{\rho_e \mu_e}{\rho_i \mu_i} u_e e^2 ds\right]^{\frac{1}{2}}}$$
(22)

formule finalement identique à celle établie dans le cas de révolution mais dans laquelle il reste à expliciter la largeur e du pinceau de courant pour la partie cylindrique.

Retenant encore pour l'évolution de la pression suivant la normale au bord d'attaque une loi newtonienne, on trouve comme dans le cas du cylindre en flèche:

$$\frac{R}{e}\frac{de}{ds} = \frac{1}{M_e}\sqrt{\frac{2}{\gamma}\left(1 - \frac{p_{\infty}}{p_e}\right)} = KR$$

K dépend maintenant de la distribution de pression mesurée et varie le long du bord d'attaque; on prendra donc pour e sur la partie cylindrique, à un facteur constant près manifestement sans importance:

$$e = \exp\left\{\int_{s_r}^s K \, ds\right\}$$

s, étant l'abscisse du raccordement de la sphère et du cylindre.

## CONDITIONS DE L'ÉTUDE ÉXPERIMENTALE

L'étude expérimentale a porté sur deux ailes delta dont les caractéristiques géométriques sont données Fig. 5; chacune comporte un nez sphérique prolongé par un bord d'attaque de même rayon et deux faces planes.

L'étude concernant le modèle A dont la flèche est 80° a été effectuée à l'Institut de Mécanique des Fluides de Marseille sous la direction du professeur Valensi [8]; la plus grande partie des essais est relative à un rayon de bord d'attaque de 10 mm; des résultats complémentaires ont été obtenus pour un rayon de 7 mm. Le nombre de Mach d'essai est  $M_{\infty} = 7.03$ ; la température génératrice et la température de paroi moyennes sont respectivement  $T_i = 600^{\circ}$ K et  $T_p = 300^{\circ}$ K.

Le modèle B, de flèche 75° et de rayon 8 mm a été expérimenté dans la soufflerie hypersonique R3 de l'O.N.E.R.A. à Chalais-Meudon. Le nombre de Mach d'essai est  $M_{\infty} = 9.85$ ; la température génératrice et la température de paroi sont en moyenne  $T_i = 1180^{\circ}$ K et  $T_p = 290^{\circ}$ K.

Les modèles étant placés à l'incidence nulle, on a fait varier avec le dérapage l'angle de flèche du bord d'attaque. Pour le modèle A les angles





Figure 5. Géomètrie des modelès.

auxquels ont été effectués les essais sont 65, 70, 75 et 80°. Pour le modèle B les angles de flèche étudiés sont 50, 60, 70, 75 et 80°.

Dans chaque cas l'expérience a comporté la mesure des pressions le long de la ligne d'arrêt du bord d'attaque et la mesure du flux de chaleur au moyen de thermocouples répartis comme il est indiqué Fig. 5. Le principe de cette mesure consiste à enregistrer en fonction du temps l'élévation de température d'un élément de la paroi et à déduire de la dérivée dT/dt la chaleur emmagasinée dans l'élément. Dans les essais effectués à l'Institut de Mécanique des Fluides de Marseille, l'élément est constitué d'une mince pastille de laiton encastrée à la surface et isolée thermiquement de la maquette pleine et constituée du même métal. Dans les essais de l'O.N.E.R.A. le modèle est constitué d'une peau en fer d'épaisseur 1 mm dont la température est mesurée au moyen de thermocouples. Dans tous les cas la dérivée de la température par rapport au temps a été prise à l'instant initial de la rafale, celle-ci, s'établissant dans un temps très court (1/10 sec); les flux mesurés sont ainsi ceux d'un modèle à température uniforme égale à la température ambiante.

### ANALYSE DES RÉSULTATS

Distributions des Pressions et Forme de l'Onde de Choc. Les distributions des pressions mesurées sur la ligne d'arrêt aux différents angles de flèche du bord d'attaque sont données Fig. 6 pour le modèle  $A \ge M_{\infty} = 7.03$ , Fig. 7 pour le modèle  $B \ge M_{\infty} = 9.85$ . (L'abscisse s est la distance au point d'arrêt de l'écoulement). La Fig. 8 donne la forme de l'onde de choc détachée déterminée par ombroscopie.



Figure 6. Pressions au bord d'attaque (Modèle A;  $M_{\infty} = 7.03$ ).



Figure 7. Pressions au bord d'attaque (Modèle B;  $M_{\infty} = 8.85$ ).



Figure 8. Ondes de choc.

#### 1034 FOURTH CONGRESS — AERONAUTICAL SCIENCES

Sur la partie sphérique, les pressions utilisées dans le calcul des flux de chaleur ont été déterminées théoriquement. Il s'est avéré dans les deux cas que le meilleur raccordement avec les pressions mesurées vers la jonction sphère-cylindre était obtenue en prenant sur la partie sphérique une loi de pression newtonienne prolongée par une détente de Prandtl-Meyer à partir du point où les deux formules donnent une même dérivée de la pression.

Pour le modèle A la longueur de la maquette est suffisante pour que la pression tende sur l'arrière vers une valeur sensiblement constante et égale à la pression théorique du cylindre infini en flèche. Avant d'atteindre cette valeur la pression passe par un minimum dont la position se décale nettement vers l'arrière à mesure que la flèche augmente. Cette évolution est liée d'une façon complexe mais certaine à la forme de l'onde de choc; on observe ainsi nettement pour la flèche 65° que la trace de l'onde de choc dans le plan de symétrie de l'aile, d'abord confondue avec celle d'une onde de choc de sphère, se rapproche du bord d'attaque et passe par une distance minimale avant de s'en éloigner à nouveau pour tendre sur l'arrière de la maquette vers une distance de détachement constante; le schéma se décale également vers l'arrière quand l'angle de flèche augmente.

Pour le modèle B, des phénomènes comparables sont observés, mais aux fortes flèches la longueur de la maquette utilisée était insuffisante pour que soit atteinte la valeur asymptotique de la pression du cylindre infini.

Dans tous les cas, ce sont les courbes expérimentales tracées Figs. 6 et 7 qui ont été utilisées dans le calcul des flux de chaleur.



Figure 9. Flux de chaleur au bord d'attaque. Modèle A $(M_{\infty}=7,03;\,T_{p}=300^{\circ K};$ <br/>T $_{ie}=\,600^{\circ K}).$ 

Flux de Chaleur à la Paroi. Les résultats relatifs aux flux de chaleur du modèle A sont représentés Fig. 9. Les flux expérimentaux ont été rapportés au flux de chaleur théorique du point d'arrêt, celui-ci étant calculé par la formule de Fay et Riddell avec  $\mathcal{O} = 0.71$ . La figure comporte les flux calculés par la méthode intégrale, la pression d'arrêt étant supposée égale à  $p_i'$ ; on y a joint en traits pointillés les flux théoriques correspondant à l'application de la méthode intégrale au cylindre en flèche avec l'effet d'origine.

Le calcul effectué par la méthode intégrale est en assez bon accord avec l'expérience, et l'on observe que l'évolution du flux est liée directement à celle de la pression; il passe par un minimum pour une abscisse qui correspond sensiblement à celle du minimum de la courbe de pression, et tend en aval vers une valeur constant egale à celle que l'on aurait sur un cylindre infini, mais avec la pression d'arrêt du choc droit.

Les résultats du modèle B sont représentés Fig. 10 où sont encore donnés avec les flux mesurés, les flux calculés par la méthode intégrale pour une pression d'arrêt  $p_i'$  et les valeurs asymptotiques correspondant au cylindre en flèche; ces dernières ont été calculées pour le cylindre infini et pour le cylindre avec effet d'origine, en prenant la pression mesurée sur l'extrémité aval du bord d'attaque (le flux de chaleur du cylindre avec origine et dans tous les cas plus grand que celui du cylindre infini).



Figure 10. Flux de chaleur au bord d'attaque. Modèle B ( $M_{\infty} = 9.85$ ;  $T_p = 290^{\circ K}$ ;  $T_{ie} = 1180^{\circ K}$ ).

1036 FOURTH CONGRESS — AERONAUTICAL SCIENCES

Les résultats obtenus conduisent d'abord aux mêmes observations que pour le modèle B; il existe toujours un minimum correspondant sensiblement à celui de la pression, l'évolution du flux calculé dans la région du raccordement reflétant assez bien celle du flux mesuré. Aux fortes flèches le calcul est en assez bon accord avec l'expérience sur toute la longueur étudiée.

Aux flèches de 50° et de 60° l'expérience est en accord sensible avec le calcul jusqu'à une distance de 6 à 8 rayons; elle donne ensuite des flux de chaleur nettement inférieurs aux valeurs calculées, le flux semblant plutôt tendre sur l'arrière du modèle vers celui calculé pour le cylindre infini avec une pression d'arrêt égale à la pression  $p_{i_1}$  en aval d'un choc oblique.

Un examen strioscopique de l'onde de choc dont les clichés sont reproduits Fig. 11 parait susceptible d'apporter quelque éclaircissement sur ce phénomène; ils montrent en effet que deux domaines nettement distincts sont observés pour la région comprise entre l'onde de choc et l'obstacle. Une première zone apparaissant en blanc sur les clichés, correspond à la



Figure 11. Ondex de choc à  $M_{\infty} = 9.85$  Modèle B.

présence de gradients importants de la masse volumique; la nature tridimensionnelle de l'écoulement en rend délicate l'interprétation; il est pourtant suggéré que cette région est celle dans laquelle se produisent les plus importantes variations de l'entropie et de la pression d'arrêt liées à la courbure de l'onde de choc. Une région apparaissant en noir sur les clichés sépare la zone blanche de l'obstacle; il semble qu'il s'agisse au contraire d'une région à faible densité dans laquelle la pression d'arrêt demeure relative à l'aval d'une onde de choc sensiblement normale.

Les clichés montrent que la région à fort gradient d'entropie se développe et s'élargit en aval semblant ainsi rejoindre le voisinage de la paroi à une distance du nez qui diminue nettement avec l'angle de flèche; ceci montrerait donc que la couche limite étant alimentée par des filets ayant traversé une onde de choc sensiblement normale, la pression d'arrêt à sa frontière est d'abord  $p_i'$ ; alimentée ensuite par des filets ayant traversé un choc de plus en plus incliné, la pression d'arrêt à la frontière de la couche limite augmente pour tendre vers la valeur  $p_{i_1}$  relative à l'aval d'un choc oblique; en conséquence, le flux de chaleur est d'abord en accord avec un calcul utilisant  $p_i'$  et lui devient ensuite inférieur pour tendre vers celui d'un cylindre infini de pression d'arrêt  $p_{i_1}$ .

### CONCLUSIONS

L'étude expérimentale et théorique précédente, relative au flux de chaleur au bord d'attaque d'ailes à fortes flèches permet de dégager les principales conclusions suivantes.

Il semble possible de prédire le flux de chaleur à partir d'une méthode intégrale basée sur l'équation globale de l'énergie; une hypothèse doit être faite sur la relation qui peut exister entre le coefficient de flux de chaleur et le nombre de Reynolds de l'épaisseur d'énergie, mais le rapport  $q/q_i$  du flux du point courant au flux du point d'arrêt se montre peu sensible à cette hypothèse; une relation de plaque plane donne des résultats satisfaisants dans les cas considérés.

L'application de la méthode intégrale conduit pour le cylindre infini en flèche à des résultats comparables à ceux des solutions semblables antérieures; elle permet de plus de tenir compte d'un effet d'origine en prenant pour la pression d'arrêt de l'écoulement sur la ligne d'arrêt, la pression  $p_i$  correspondant à l'aval d'un choc droit.

Le calcul et la mesure des flux de chaleur sur la ligne d'arrêt du bord d'attaque d'une aile hypersonique sont en assez bon accord aux fortes flèches, à condition d'utiliser dans le calcul la pression statique mesurée et la pression d'arrêt en aval d'un choc droit. 1038 FOURTH CONGRESS — AERONAUTICAL SCIENCES

Les expériences effectuées au nombre de Mach 10 pour une flèche égale et inférieure à 60° révèlent pourtant une influence des gradients d'entropie dus à la courbure de l'onde de choc. La pression d'arrêt ne demeure sensiblement égale à  $p_i'$  que sur une longueur limitée; plus en arrière, le flux mesuré décroit et semble tendre vers la valeur correspondant à une pression d'arrêt  $p_{i_1}$  relative à l'aval d'un choc oblique parallèle au bord d'attaque.

### REFERENCES

- Michel, R., "Calcul Pratique des Couches Limites en Fluide Compressible" (Cours à l'E.N.S.A., 1963).
- Fay, J. A., et F. R. Riddell, Théory of Stagnation Point Heat Transfer in Dissociated Air, J. Aeronaut. Sci., vol. 2 (1958).
- Kemp, N. H., P. H. Rose, and R. W. Detra, "Laminar Heat Transfer Around Blunt Bodies in Dissociated Air," J. Aeronaut Sci., vol. 7 (1959).
- Eichelbrenner, E. A., et A. Oudart, Méthode de Calcul de la Couche Limite Tridimensionnelle (Publication O.N.E.R.A. N° 76, 1955).
- Cooke, J. C., et M. G. Hall, "Boundary Layers in Three Dimensions" (British R.A.E. Rep. Aéro 2635).
- Reshotko, E., et I. E. Beckwith, "Compressible Laminar Boundary Layer over a Yawed Infinite Cylinder with Heat Transfer and Arbitrary Prandtl Number" (N.A.C.A. Rep. 1379, 1958).
- Beckwith, I. E. et N. B. Cohen, "Application of Similar Solutions to Calculation of Laminar Heat Transfer on Bodies with Yaw and Large Pressure Gradient in High-Speed Flow" (NASA. T.N., D. 625, 1961).
- 8. Valensi, J., Guillaume, R., Guffroy, D., Fraisse, J. P., "Influence du Nombre de Mach et de l'Angle de Fleche sur la Distribution du Flux de Chaleur Convectée le Long de la Ligne de Séparation du Bord d'Attaque Hémi Cylindrique d'ume Aile en Delta á Pointe en Secteur Sphérique et sous Incidence Nulle," Compte Rendu a l'Academie des Sciences, tome 259, Octobre 1964, p. 2174.

### COMMENTARY

DR. PFENNINGER (Northrop Corporation, Beverly Hills, Calif.): Could the relatively high heat-transfer rates on the yawing cylinder be explained by the existence of turbulent flow along the front attachment line of this yawing cylinder when the local boundary layer Reynolds number  $R_{\theta}$  exceeds a value of 100 to 120 at the front attachment line?

### REPLY

On a effectivement cherché d'abord à expliquer l'augmentation du flux de chaleur après le raccordement de la sphère et du bord d'attaque cylindrique par un phenomène de transition. Cependant le calcul du flux de chaleur turbulent sur cylindre en flèche a conduit a des valeurs dépassant le double de la valeur mesurée.

En fait, aux nombres de Reynolds mis en jeu, il semble prouvé que la couche limite demeure laminaire. L'évolution du flux de chaleur est simplement due à celle de la pression et du nombre de Mach et de la densité la méthode intégrale de calcul ayant encore l'avantage de bien montrer que l'évolution du flux est liée très directement à celle de la pression.

### COMMENTARY

JOHN JELLINEK (Johns Hopkins University—Applied Physics Laboratory, Silver Spring, Maryland): At what sweep angle do you feel that theoretical formulas such as your Eq. (19) and such as those of Reshotko and Beckwith, and Beckwith and Cohen (Refs. 6 and 7), break down? Since all these formulas involve a  $\cos \Lambda$ term, they all indicate that in the limit for 90° sweep, the heat transfer is zero. Of course, we know that there is heat transfer to a 90° swept cylinder such as a fuselage. Would you kindly comment on this point?

### REPLY

Il est évident que les formules relatives au cylindre infini en flèche ne peuvent être retenues aux très fortes flèches voisines de 90°, l'écoulement tendant alors vers celui d'un cylindre aligné suivant la vitesse, pour lequel il est absolument nécessaire de définir une origine; c'est un des intérêts de la méthode intégrale de permettre de tenir compte de l'effet d'origine. Il doit aussi être noté que la méthode de Reshotko et Beckwith fait intervenir des profils de vitesse et de température de couche limite en solutions tridimensionnelles, qui s'écartent de plus en plus des profils de plaque plane quand la flèche augmente; il semble au contraire qu'on doive revenir vers des profils de plaque plane aux flèches voisines de 90°, hypothèse qui est bien celle du traitement approché proposé.

### COMMENTARY

PROF. A. VARELA CID (Universidade Tecnica de Lisboa, Grupo Portugues de Aeronautica, Lisbon, Portugal): Monsieur le President, mes chers collègues, Monsieur le Docteur Michel, je suis enchanté de votre travail, auquel l'assistance a pris beaucoup d'interêt, et je vous apporte mes felicitations tres distinguées. Me permettez vous de faire une demande? Avez vous evalué l'altitude maximale et minimale pour qu'un vol de Mach 6 à 7 (et plus grand) soit possible dans le cadre des conceptions actuelles de l'avion, compte tenu des problèmes de resistance des materiaux, la consommation de combustible, l'isolation phonique au sol et dans l'appareil même, etc.?

### REPLY

Une telle évaluation n'a pas été tentée pour le vol; les conditions du calcul et des expériences présentés sont relatives à des températures de soufflerie nettement inférieures à celles du vol; une estimation des transferts de chaleur enregistrés en vol pourrait cependant être assurée en prenant pour le flux de chaleur au point d'arrêt celui qui correspond aux conditions réelles. Le rapport du flux de chaleur le long du bord d'attaque à celui du point d'arrêt ne serait probablement affecté par le niveau de température qu'à des vitesses nettement supérieures à Mach 7, le problème des effets de gaz réel qui intervient alors est actuellement à l'étude.